

R. Viennet

# THÈSE

présentée à la Faculté des Sciences  
de l' Université de Neuchâtel  
pour obtenir le grade de docteur.

1971



## ANALYSE DE LA DIFFUSION ÉLASTIQUE NEUTRON DEUTON À BASSE ÉNERGIE

R. VIENNET †

*Institut de Physique, Université de Neuchâtel, Neuchâtel, Suisse*

Reçu le 27 septembre 1971

**Abstract:** The results of an effective-range analysis of elastic n-d scattering below the deuteron break-up threshold are given. Total spin and orbital angular momentum are supposed to be conserved and  $J$ -degeneracy is admitted. The S-, P- and D-states only are taken into account. No confirmation of the pole of Van Oers and Seagrave in the effective-range function of the  $^2\text{S}$  state has been obtained.

### 1. Introduction

Nous décrivons dans ce travail une étude phénoménologique de la diffusion élastique n-d au-dessous du seuil de fracture du deuton ( $E_{\text{lab}} = 3.34 \text{ MeV}$ ). Cette analyse, dont nous présentons ici les premiers résultats, est basée sur l'approximation de portée effective (APE) bien connue dans le cas de la diffusion nucléon-nucléon et appliquée récemment au cas n- $^4\text{He}$  [réf. <sup>1</sup>)] également.

L'intérêt de la technique APE réside dans le fait qu'elle permet le traitement simultané de mesures faites à des énergies différentes, liberté que n'autorise pas l'analyse en phases habituelle et qui est d'autant plus précieuse que les spins des particules considérées rendent rapidement prohibitif le nombre des phases à ajuster.

Le regain d'intérêt qui s'est manifesté ces dernières années pour le problème à trois nucléons nous permet de citer, en guise de conclusion à cette introduction, les articles de revue récents de Delves et Phillips <sup>2</sup>), Amado <sup>3,4</sup>), Seagrave <sup>5</sup>), Haeberli <sup>6</sup>) et McKee <sup>7</sup>).

### 2. Mesures

L'ensemble des mesures sur lesquelles nous avons ajusté les paramètres de l'analyse APE comporte les éléments suivants:

(a) Les relations entre les longueurs de diffusion  $^2\text{S}$  et  $^4\text{S}$  provenant des mesures des diffusions cohérente <sup>2,8</sup>) et incohérente <sup>2,9</sup>) de neutrons lents sur  $^2\text{D}$ , c'est-à-dire respectivement:

$$^4a + \frac{1}{2}^2a = 6.21 \pm 0.04 \text{ fm}, \quad (1)$$

$$^4a - ^2a = 5.99 \pm 0.06 \text{ fm}. \quad (2)$$

† Ce travail a bénéficié du soutien du Fonds National Suisse.



(b) Les mesures de section efficace et de polarisation rassemblées dans la table 1. Cet ensemble de 119 mesures comprend 39 valeurs de section totale, 38 valeurs de section différentielle et 42 valeurs de polarisation qui sont réparties sur 49 valeurs de l'énergie et 30 valeurs de l'angle de diffusion.

(c) Nous avons tenu compte également de l'énergie de liaison de l'état lié  $^3\text{H}$  dans le canal  $^2\text{S}$  ainsi que de son résidu dans la partie réelle de l'amplitude de diffusion vers l'avant tel qu'il a été déterminé par Locher <sup>10)</sup> (cf. sect. 4).

TABLE 1  
Mesures n-d retenues pour l'analyse APE

| $E_{\text{lab}}$<br>(MeV) | $\vartheta_{\text{c.m.}}$<br>(degrés) | $\sigma_{\text{tot}}$<br>(10 mb) | $d\sigma/d\Omega$<br>(10 mb/sr) | $P_n$<br>(%)               | Remarques          |
|---------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------|--------------------|
| 0.000                     |                                       | 320 $\pm 10^{\text{m)}$          |                                 |                            |                    |
| 0.262                     |                                       | 322 $\pm 11^{\text{1)}$          |                                 |                            |                    |
| 0.267                     |                                       | 302.2 $\pm 4.6^{\text{a)}$       |                                 |                            |                    |
| 0.410                     | 70                                    |                                  |                                 | 1 $\pm 5^{\text{b)}$       |                    |
|                           | 110                                   |                                  |                                 | 1 $\pm 5^{\text{b)}$       |                    |
|                           | 140                                   |                                  |                                 | 4 $\pm 5^{\text{b)}$       |                    |
| 0.500                     | 33                                    |                                  | 11 $\pm 0.6^{\text{c)}$         | 3.2 $\pm 2.4^{\text{c)}$   |                    |
|                           | 70                                    |                                  | 15.7 $\pm 0.8^{\text{c)}$       | 0.8 $\pm 1.8^{\text{c)}$   |                    |
|                           | 110                                   |                                  | 26.8 $\pm 1.3^{\text{c)}$       | -0.7 $\pm 1.8^{\text{c)}$  |                    |
|                           | 130                                   |                                  | 38 $\pm 1.9^{\text{c)}$         | 2.4 $\pm 1.8^{\text{c)}$   |                    |
|                           | 165                                   |                                  | 61.7 $\pm 3.1^{\text{c)}$       | 0.6 $\pm 2.6^{\text{c)}$   |                    |
| 0.593                     |                                       | 298 $\pm 10^{\text{1)}$          |                                 |                            |                    |
| 0.640                     |                                       | 294.4 $\pm 4^{\text{a)}$         |                                 |                            |                    |
| 0.872                     |                                       | 290 $\pm 8^{\text{1)}$           |                                 |                            |                    |
| 0.995                     |                                       | 285.4 $\pm 3.9^{\text{a)}$       |                                 |                            |                    |
| 1.000                     | 33                                    |                                  | 14.4 $\pm 0.7^{\text{c)}$       | 0.5 $\pm 1.4^{\text{c)}$   |                    |
|                           | 70                                    |                                  | 13.5 $\pm 0.7^{\text{c)}$       | 0.9 $\pm 1.4^{\text{c)}$   |                    |
|                           | 110                                   |                                  | 22.4 $\pm 1.1^{\text{c)}$       | 0.1 $\pm 1.2^{\text{c,d)}$ | Pour $P_n$         |
|                           | 130                                   |                                  | 34.4 $\pm 1.7^{\text{c)}$       | 0.8 $\pm 1.4^{\text{c)}$   | moyenne            |
|                           | 165                                   |                                  | 62.5 $\pm 3.1^{\text{c)}$       | -1.1 $\pm 2.1^{\text{c)}$  | pondérée           |
| 1.150                     | 85                                    |                                  |                                 | 4.8 $\pm 4^{\text{c)}$     | de $^{\text{c,d)}$ |
| 1.178                     |                                       | 271 $\pm 10^{\text{1)}$          |                                 |                            |                    |
| 1.371                     |                                       | 275.4 $\pm 3.6^{\text{a)}$       |                                 |                            |                    |
| 1.505                     |                                       | 259 $\pm 9^{\text{1)}$           |                                 |                            |                    |
| 1.750                     |                                       | 269 $\pm 3^{\text{a)}$           |                                 |                            |                    |
| 1.772                     |                                       | 262 $\pm 5^{\text{1)}$           |                                 |                            |                    |
| 1.900                     | 59                                    |                                  |                                 | 0.4 $\pm 1.6^{\text{f)}$   |                    |
|                           | 73                                    |                                  |                                 | 1.6 $\pm 2.0^{\text{f)}$   |                    |
|                           | 86                                    |                                  |                                 | 0.0 $\pm 2.0^{\text{f)}$   |                    |
|                           | 98                                    |                                  |                                 | 2.9 $\pm 2.0^{\text{f)}$   |                    |
|                           | 110                                   |                                  |                                 | 1.6 $\pm 2.0^{\text{f)}$   |                    |

TABLE 1 (continuation)

| $E_{lab}$<br>(MeV) | $\vartheta_{c.m.}$<br>(degrés) | $\sigma_{tot}$<br>(10 mb)     | $d\sigma/d\Omega$<br>(10 mb/sr) | $P_n$<br>(%)                 | Remarques |
|--------------------|--------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|------------------------------|-----------|
|                    | 120                            |                               |                                 | $0.4 \pm 2.4$ <sup>1)</sup>  |           |
|                    | 130                            |                               |                                 | $-0.8 \pm 2.0$ <sup>1)</sup> |           |
|                    | 138                            |                               |                                 | $1.6 \pm 2.0$ <sup>1)</sup>  |           |
| 1.950              | 33                             |                               | $20.1 \pm 1$ <sup>c)</sup>      | $1.6 \pm 1.1$ <sup>c)</sup>  |           |
|                    | 70                             |                               | $14 \pm 0.7$ <sup>c)</sup>      | $4.1 \pm 1.7$ <sup>c)</sup>  |           |
|                    | 110                            |                               | $14.9 \pm 0.8$ <sup>c)</sup>    | $4.8 \pm 2.3$ <sup>c)</sup>  |           |
|                    | 130                            |                               | $24.5 \pm 1.2$ <sup>c)</sup>    | $2.1 \pm 2.2$ <sup>c)</sup>  |           |
|                    | 165                            |                               | $55.8 \pm 2.8$ <sup>c)</sup>    | $-0.9 \pm 3.8$ <sup>c)</sup> |           |
| 2.100              | 44.5                           |                               |                                 | $2 \pm 2$ <sup>s)</sup>      |           |
|                    | 72.5                           |                               |                                 | $3 \pm 2$ <sup>s)</sup>      |           |
|                    | 98                             |                               |                                 | $0 \pm 3$ <sup>s)</sup>      |           |
|                    | 120                            |                               |                                 | $4 \pm 2$ <sup>s)</sup>      |           |
|                    | 138                            |                               |                                 | $2 \pm 3$ <sup>s)</sup>      |           |
| 2.124              |                                | $249.2 \pm 3.8$ <sup>a)</sup> |                                 |                              |           |
| 2.185              |                                | $242 \pm 4$ <sup>1)</sup>     |                                 |                              |           |
| 2.300              | 90                             |                               |                                 | $-2 \pm 7$ <sup>b)</sup>     |           |
| 2.450              | 24.7                           |                               | $29.6 \pm 0.74$ <sup>1)</sup>   |                              |           |
|                    | 28.4                           |                               | $28.6 \pm 0.72$ <sup>1)</sup>   |                              |           |
|                    | 31.3                           |                               | $27.8 \pm 0.67$ <sup>1)</sup>   |                              |           |
|                    | 45.4                           |                               | $23.2 \pm 0.54$ <sup>1)</sup>   |                              |           |
|                    | 59.5                           |                               | $18.4 \pm 0.45$ <sup>1)</sup>   |                              |           |
|                    | 98                             |                               | $11.1 \pm 0.28$ <sup>1)</sup>   |                              |           |
|                    | 130.4                          |                               | $19 \pm 0.42$ <sup>1)</sup>     |                              |           |
|                    | 152.8                          |                               | $32.8 \pm 0.86$ <sup>1)</sup>   |                              |           |
|                    | 165                            |                               | $40.7 \pm 2.36$ <sup>1)</sup>   |                              |           |
| 2.504              |                                | $239.5 \pm 3.6$ <sup>a)</sup> |                                 |                              |           |
| 2.598              |                                | $228 \pm 4$ <sup>1)</sup>     |                                 |                              |           |
| 2.784              |                                | $214 \pm 8.6$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 2.810              |                                | $219 \pm 8.8$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 2.835              |                                | $223 \pm 9$ <sup>1)</sup>     |                                 |                              |           |
| 2.861              |                                | $214 \pm 8.6$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 2.886              |                                | $218 \pm 8.8$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 2.912              |                                | $218 \pm 8.8$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 2.937              |                                | $218 \pm 8.8$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 2.963              |                                | $211 \pm 8.5$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 2.988              |                                | $211 \pm 8.5$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 3.014              |                                | $216 \pm 8.7$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 3.039              |                                | $210 \pm 8.4$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 3.065              |                                | $208 \pm 8.4$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |
| 3.090              |                                | $204 \pm 8.2$ <sup>1)</sup>   |                                 |                              |           |

TABLE 1 (continuation)

| $E_{\text{lab}}$<br>(MeV) | $\vartheta_{\text{c.m.}}$<br>(degrés) | $\sigma_{\text{tot}}$<br>(10 mb) | $d\sigma/d\Omega$<br>(10 mb/sr) | $P_n$<br>(%)  | Remarques |
|---------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------|-----------|
| 3.100                     | 60                                    |                                  |                                 | $2 \pm 5^h$   |           |
|                           | 90                                    |                                  |                                 | $9 \pm 8^h$   |           |
|                           | 135                                   |                                  |                                 | $10 \pm 7^h$  |           |
| 3.116                     |                                       | $205 \pm 8.2^j$                  |                                 |               |           |
| 3.141                     |                                       | $206 \pm 8.3^j$                  |                                 |               |           |
| 3.167                     |                                       | $202 \pm 8.1^j$                  |                                 |               |           |
| 3.192                     |                                       | $202 \pm 8.1^j$                  |                                 |               |           |
| 3.218                     |                                       | $197 \pm 7.9^j$                  |                                 |               |           |
| 3.243                     |                                       | $207 \pm 8.3^j$                  |                                 |               |           |
| 3.262                     |                                       | $214 \pm 3.5^a)$                 |                                 |               |           |
| 3.270                     |                                       | $199 \pm 8^j)$                   |                                 |               |           |
|                           | 31.3                                  |                                  | $26.5 \pm 0.69^i)$              |               |           |
|                           | 38.6                                  |                                  | $24.8 \pm 0.65^i)$              |               |           |
|                           | 45.4                                  |                                  | $22.7 \pm 0.55^i)$              |               |           |
|                           | 53                                    |                                  | $18.2 \pm 1.8^k)$               | $3 \pm 6^k)$  |           |
|                           | 59.5                                  |                                  | $17.6 \pm 0.43^i)$              |               |           |
|                           | 72                                    |                                  | $12.4 \pm 0.8^k)$               | $1 \pm 6^k)$  |           |
|                           | 91                                    |                                  | $9.2 \pm 0.8^k)$                | $3 \pm 6^k)$  |           |
|                           | 98                                    |                                  | $9.1 \pm 0.24^i)$               |               |           |
|                           | 120                                   |                                  | $10.8 \pm 1.2^k)$               | $-5 \pm 6^k)$ |           |
|                           | 130.4                                 |                                  | $13.6 \pm 0.39^i)$              |               |           |
|                           | 135                                   |                                  | $16.4 \pm 1.2^k)$               | $0 \pm 6^k)$  |           |
|                           | 152.8                                 |                                  | $29.7 \pm 0.81^i)$              |               |           |
|                           | 161                                   |                                  | $35.2 \pm 2^k)$                 | $7 \pm 10^k)$ |           |
|                           | 165                                   |                                  | $34.4 \pm 1.59^i)$              |               |           |
| 3.294                     |                                       | $200 \pm 8^j)$                   |                                 |               |           |
| 3.320                     |                                       | $199 \pm 8^j)$                   |                                 |               |           |

<sup>a)</sup> J. D. Seagrave and R. L. Henkel, Phys. Rev. **98** (1955) 666.

<sup>b)</sup> T. R. Donoghue and S. E. Darden, unpublished, 1961; S. E. Darden, private communication, 1963; R. A. Chalmers, R. S. Cox, K. K. Seth and E. N. Strait, Nucl. Phys. **62** (1965) 497.

<sup>c)</sup> A. J. Elwyn, R. O. Lane and A. Langsdorf, Phys. Rev. **128** (1962) 779.

<sup>d)</sup> A. F. Behof, G. P. Lietz, S. F. Treviño and S. E. Darden, Nucl. Phys. **45** (1963) 253.

<sup>e)</sup> L. E. Beghian, K. Sugimoto, M. H. Wächter and J. Weber, Nucl. Phys. **42** (1963) 1.

<sup>f)</sup> R. L. Walter and C. A. Kelsey, Nucl. Phys. **46** (1963) 66.

<sup>g)</sup> L. Cranberg, Phys. Rev. **114** (1959) 174.

<sup>h)</sup> W. P. Bucher, W. B. Beverly, G. C. Cobb and F. L. Hereford, Nucl. Phys. **13** (1959) 164.

<sup>i)</sup> J. D. Seagrave and L. Cranberg, Phys. Rev. **105** (1957) 1816.

<sup>j)</sup> H. B. Willard, J. K. Bair and C. M. Jones, Phys. Lett. **9** (1964) 339.

<sup>k)</sup> M. Brüllmann, H. J. Gerber, D. Meier and P. Scherrer, Helv. Phys. Acta **32** (1959) 511.

<sup>l)</sup> R. K. Adair, A. Okazaki and M. Walt, Phys. Rev. **89** (1953) 1165.

<sup>m)</sup> A. Horsley, Nucl. Data A4 (1968) 321; L. M. Delves and A. C. Phillips, Rev. Mod. Phys. **41** (1969) 497.

### 3. Modèle APE

Nous avons travaillé dans le système du c.m. à l'aide des relations cinématiques suivantes:

$$E_{c.m.} = 0.6663 E_{lab}, \quad (3)$$

$$E_{lab} = 1.5008 E_{c.m.}, \quad (3')$$

$$\left. \begin{aligned} k_{c.m.} &= (E_{c.m.}/31.1)^{\frac{1}{2}} \\ [k_{c.m.}] &= \text{fm}^{-1}, \quad [E_{c.m.}] = \text{MeV} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Dans le cas général où il n'est tenu compte que des lois de conservation de la parité et du moment cinétique total la matrice  $M$  de la diffusion élastique n-d s'écrit <sup>11)</sup>:

$$M_{s\mu, s'\mu'} = (2\sqrt{\pi}/k_{c.m.}) \sum_l a_{s\mu, s'\mu'}^l Y_l^{(\mu'-\mu)}, \quad (5)$$

où  $s$  et  $\mu$  désignent le spin de voie et sa composante et les  $Y_l^m$  sont ceux de Condon-Shortley.

Les coefficients du développement (5) sont donnés par <sup>11)</sup>:

$$a_{s\mu, s'\mu'}^l = \sum_{Jl'} (2l'+1)^{\frac{1}{2}} C_{0\mu'\mu'}^{l's'J} C_{(\mu'-\mu)\mu\mu'}^{lsJ} T_{ls, l's'}^{J\pi}, \quad (6)$$

$$a_{s-\mu, s'-\mu'}^l = (-1)^{s'-s} a_{s\mu, s'\mu'}^l, \quad (7)$$

$$S^{J\pi} = 1 + 2iT^{J\pi}, \quad (8)$$

Si nous supposons la matrice  $S$  diagonale et dégénérée en  $J$ :

$$S_{ls, l's'}^{J\pi} = \delta_{ll'} \delta_{ss'} S^{ls}, \quad (9)$$

$$S^{ls} = \exp(2i\delta^{ls}), \quad (10)$$

il vient:

$$M_{s\mu, s'\mu'} = \delta_{ss'} \delta_{\mu\mu'} M^s, \quad (11)$$

$$M^s = \sum_l M^{sl}, \quad (12)$$

$$M^{sl} = (2l+1)(T^{ls}/k_{c.m.})P_l. \quad (13)$$

La section efficace totale s'obtient par le théorème optique:

$$\sigma_{\text{tot}} = (2\pi/3k_{c.m.}^2) \sum_{ls} (2s+1)(2l+1) \text{Im } T^{ls}. \quad (14)$$

La section efficace différentielle est donnée par:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{6} \sum_s (2s+1) |M^s|^2, \quad (15)$$

$$P_n \equiv 0. \quad (16)$$

La justification du modèle diagonal dégénéré adopté dans cette première phase de notre analyse est à trouver dans le fait que les polarisations mesurées sont peu différentes de la valeur nulle au-dessous du seuil de fracture. Le  $\chi^2$  total des 42 mesures de polarisation reportées dans la table 1 n'est en effet que de 37.75 en admettant la relation (16).

L'approximation APE consiste à admettre les développements limités suivants <sup>†</sup>:

$$Z^{ls} = k_{c.m.}^{2l+1} \operatorname{ctg} \delta^{ls} = a^{ls} + \frac{1}{2} R^{ls} k_{c.m.}^2 + P^{ls} k_{c.m.}^4, \quad (17)$$

avec:

$$(1/T^{ls}) = (Z^{ls}/k_{c.m.}^{2l+1}) - i. \quad (18)$$

Nous n'avons de plus tenu compte que des états S, P et D.

Les paramètres  $a$ ,  $R$  et  $P$  étant réels le modèle APE basé sur les éqs. (17) est évidemment unitaire et néglige par conséquent le canal de capture radiative  ${}^2\text{H}(n, \gamma){}^3\text{H}$ .

L'approximation APE présente l'avantage d'être ajustable sur un ensemble de mesures faites à énergie variable et fournit ainsi une interpolation analytique en énergie par opposition à l'analyse en phases qui doit être répétée à chaque énergie. Le prix payé pour cet avantage est à trouver dans l'hypothèse dynamique supplémentaire représentée par le choix des développements (17) qui peuvent être inadéquats du fait de particularités analytiques des fonctions  $Z$  telles que, dans notre cas, la coupure d'échange du proton <sup>2</sup>) ou l'éventuelle présence de pôles (cf. sect. 4).

#### 4. L'état ${}^2\text{S}$

L'état  ${}^2\text{S}$  du système n-d se distingue par la présence de l'état lié du triton en

$$k = ik, \quad \kappa = 0.4486 \text{ fm}^{-1},$$

d'une part et, d'autre part, par une petite longueur de diffusion comme le montre la résolution du système des éqs. (1) et (2). Ce dernier fait mis en relation avec les résultats d'analyses en phases a incité Van Oers et Seagrave <sup>12)</sup> à admettre l'existence d'un pôle dans le développement APE de l'état  ${}^2\text{S}$ .

Nous avons donc également considéré cette éventualité en prenant pour la fonction  $Z$  de l'état  ${}^2\text{S}$  le développement suivant suggéré aussi par Phillips et Barton <sup>13)</sup>:

$$Z = (a + \frac{1}{2} R k_{c.m.}^2 + P k_{c.m.}^4) / (1 + \alpha k_{c.m.}^2). \quad (19)$$

La condition d'état lié en  $k = ik$  s'écrit:

$$Z(k) = ik.$$

Soit, avec le développement (19):

$$R = (2/\kappa^2)a + 2\kappa^2 P - 2\kappa\alpha + (2/\kappa). \quad (20)$$

<sup>†</sup> Nous avons noté (a) la quantité notée traditionnellement  $(-1/a)$ .

Un renseignement supplémentaire sur l'état  $^2S$  peut être tiré du travail de Locher <sup>10)</sup> qui a appliqué la technique des relations de dispersion à l'amplitude de diffusion en avant

$$f(E) = \frac{1}{6}(4M^4 + 2M^2), \quad (21)$$

et obtenu en particulier le résidu du pôle de  $^3H$  dans la partie réelle de cette amplitude. On peut déduire de ce résultat, après passage au c.m. et en tenant compte des facteurs cinématiques, la valeur de  $\rho_t$ , résidu du triton dans  $\text{Re}(M^2)$ , qui est:

$$\rho_t = -3.24 \pm 0.34 \text{ fm}^{-1}.$$

Notons que les quantités obtenues par Locher <sup>10)</sup> reposent essentiellement sur le comportement de la diffusion n-d à des énergies supérieures ( $E_{\text{lab}} = 5-15 \text{ MeV}$ ) à celles de notre domaine d'analyse (cf. réf. <sup>10)</sup>, fig. 2).

L'expression de  $\rho_t$  en fonction des paramètres du développement (19) s'écrit:

$$(1/\rho_t) = [(R - 2\alpha\kappa - 4P\kappa^2 + 2P\alpha\kappa^4)/(1 - \alpha\kappa^2)^2] - (1/\kappa). \quad (22)$$

Des relations (20) et (22) il vient alors:

$$R = (4/\kappa^2)a + (\kappa/\rho_t)(\kappa - \rho_t)\alpha + (3/\kappa) - (1/\rho_t), \quad (23)$$

$$P = (1/\kappa^4)a + (1/2\kappa\rho_t)(\kappa + \rho_t)\alpha + (1/2\kappa^3\rho_t)(\rho_t - \kappa). \quad (24)$$

Il est important de remarquer que si  $\alpha = 0$  l'état  $^2S$  est ainsi pratiquement déterminé par la seule connaissance de sa longueur de diffusion qui provient des éqs. (1) et (2).

## 5. Résultats

L'ajustement du modèle APE décrit ci-dessus a été réalisé par minimalisation de la quantité

$$\chi^2 = \sum ((\text{val. mesurée} - \text{val. calculée})/\text{erreur})^2,$$

à l'aide du programme MINDEF dû à Beiner <sup>14)</sup>.

Dans un premier temps nous avons travaillé avec les relations (23) et (24) et dans la phase finale de la recherche de minimum nous avons utilisé l'éq. (20) et tenu compte de  $\rho_t$  par le truchement de sa contribution au  $\chi^2$ .

Nous avons obtenu un minimum pour les valeurs des paramètres APE données dans la table 2, mais nous ne sommes pas à même d'affirmer avoir atteint le minimum absolu du  $\chi^2$ . Les  $\chi^2$  obtenus sont indiqués dans la table 3.

Remarquons que le  $\chi^2$  calculé en tenant compte des polarisations est plus favorable que le  $\chi^2$  obtenu sans leur contribution (cf. table 3) bien que le modèle adopté ne soit pas à même de reproduire les polarisations mesurées (cf. sect. 3). On peut donc imaginer que dans le domaine analysé l'effet d'une non-dégénérescence en  $J$  est présent aussi bien dans les mesures de section efficace que dans celles de polarisation.

TABLE 2  
Paramètres APE

|              | $a$    |      | $R$       |      | $P$    |      |
|--------------|--------|------|-----------|------|--------|------|
| $^2\text{S}$ | -6.466 | E+00 | -1.215034 | E+02 | -1.533 | E+02 |
| $^4\text{S}$ | -1.63  | E-01 | 3.30      | E+00 | -8.71  | E-01 |
| $^2\text{P}$ | 1.43   | E+00 | -1.05     | E+02 | 5.19   | E+02 |
| $^4\text{P}$ | 5.07   | E-03 | 7.03      | E-01 | 1.55   | E+00 |
| $^2\text{D}$ | 1.25   | E-03 | 6.65      | E-04 | 9.17   | E-01 |
| $^4\text{D}$ | -1.58  | E-04 | -5.23     | E-02 | -2.26  | E+00 |

$$[a] = \text{fm}^{-21-1}, \quad [R] = \text{fm}^{-21+1}, \quad [P] = \text{fm}^{-21+3}.$$

TABLE 3  
Valeurs du  $\chi^2$

|                              | $\chi^2$ | $N_m$ | $N_p$ | $\nu$ | $\chi^2/N_m$ | $\chi^2/\nu$ |
|------------------------------|----------|-------|-------|-------|--------------|--------------|
| Sans mesures de polarisation | 111.3    | 81    | 18    | 63    | 1.37         | 1.77         |
| Avec mesures de polarisation | 149.0    | 123   | 18    | 105   | 1.21         | 1.42         |

$N_m$ : nombre de mesures.

$N_p$ : nombre de paramètres.

$\nu$  : nombre de degrés de liberté.

L'ajustement réalisé est illustré par les figs. 1-6 et:

$$\begin{aligned} {}^2a &= 0.155 \text{ fm}, & {}^4a &= 6.135 \text{ fm}, \\ {}^4a - {}^2a &= 5.98 \text{ fm}, & {}^4a + \frac{1}{2} {}^2a &= 6.21 \text{ fm}, \\ \rho_t &= -3.09 \text{ fm}^{-1}. \end{aligned}$$

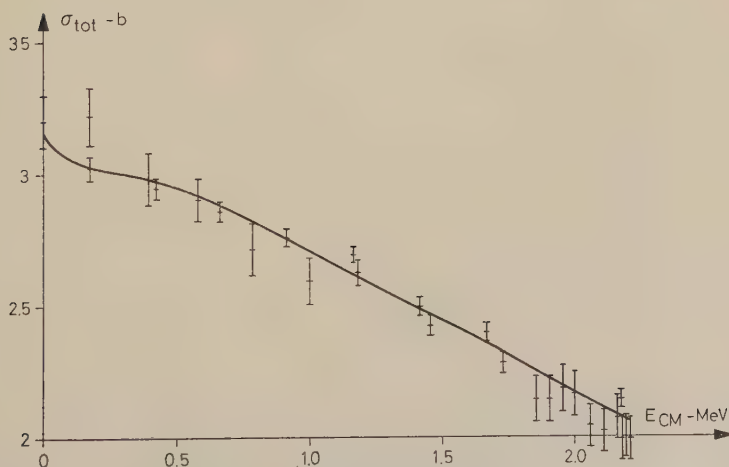


Fig. 1.  $\sigma_{\text{tot}}(E_{\text{c.m.}})$ . Mesures: cf. table 1.

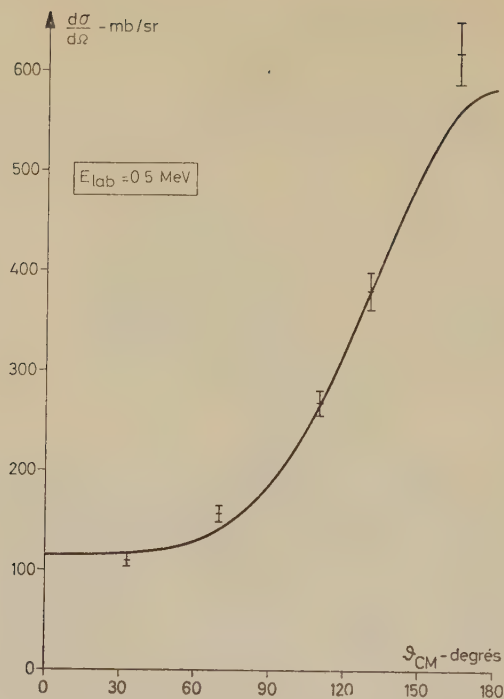


Fig. 2.  $(d\sigma/d\Omega)(\theta_{c.m.})$  à  $E_{lab} = 0.5$  MeV. Mesures: Elwyn *et al.*, Phys. Rev. **128** (1962) 779.

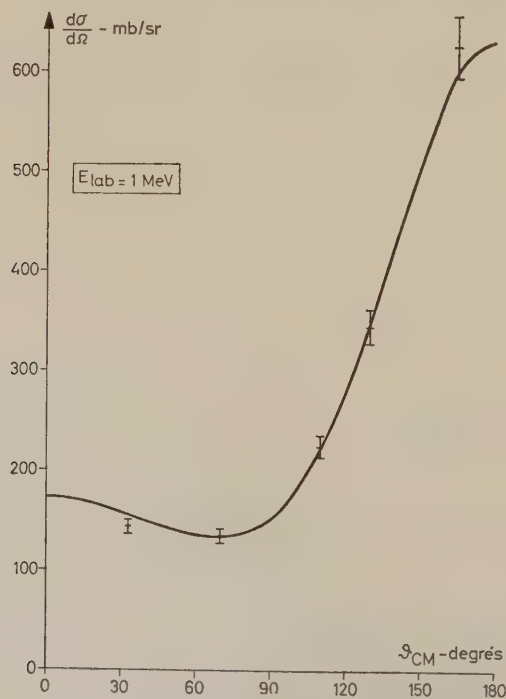


Fig. 3.  $(d\sigma/d\Omega)(\theta_{c.m.})$  à  $E_{lab} = 1$  MeV. Mesures: Elwyn *et al.*, Phys. Rev. **128** (1962) 779.

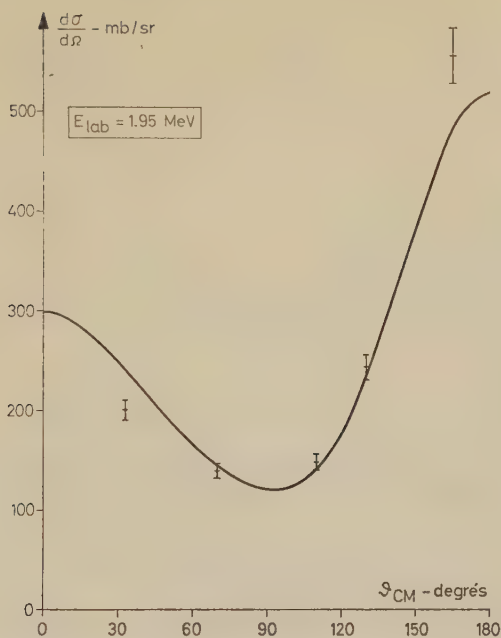


Fig. 4.  $(d\sigma/d\Omega) (\theta_{c.m.})$  à  $E_{lab} = 1.95$  MeV. Mesures: Elwyn *et al.*, Phys. Rev. **128** (1962) 779.

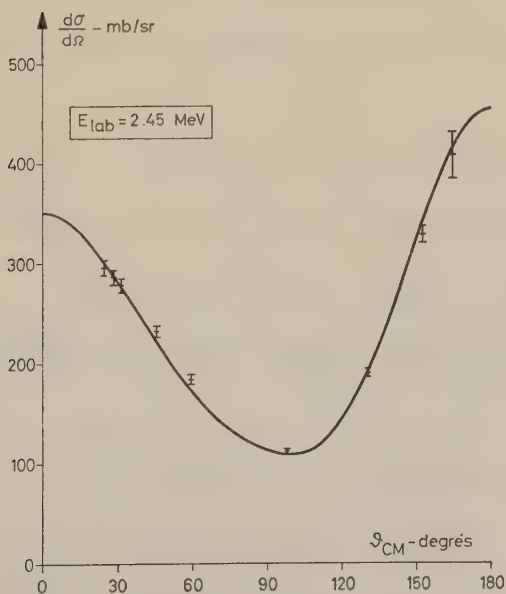


Fig. 5.  $(d\sigma/d\Omega) (\theta_{c.m.})$  à  $E_{lab} = 2.45$  MeV. Mesures: Seagrave *et al.*, Phys. Rev. **105** (1957) 1816.

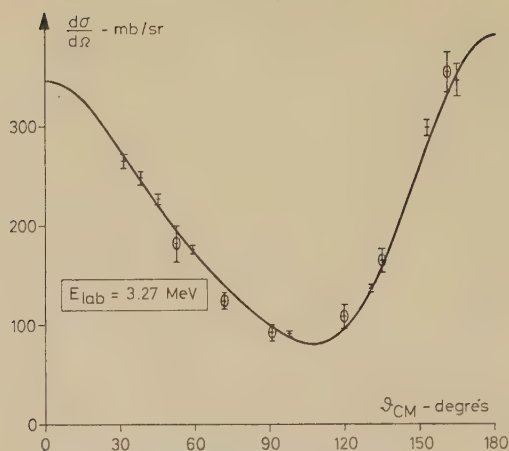


Fig. 6.  $(d\sigma/d\Omega)(\theta_{c.m.})$  à  $E_{lab} = 3.27 \text{ MeV}$ . Mesures: Seagrave *et al.*, Phys. Rev. **105** (1957) 1816.  
 Brüllmann *et al.*, Helv. Phys. Acta **32** (1959) 511.

Il est remarquable que nous ne puissions pas confirmer le résultat de Van Oers et Seagrave<sup>12)</sup> relatif au pôle supposé dans l'état  $^2S$ .

Ce pôle s'est en effet déplacé à l'infini durant notre minimalisation et nous avons dès lors admis le développement normal (17) qui est pratiquement déterminé (cf. sect. 4).

## 6. Discussion des résultats

Nous avons calculé pour chaque état les pôles de  $S$  donnés par [cf. éq. (18)]:

$$Z^{ls}(k) = ik^{2l+1}. \quad (25)$$

En posant:

$$k = i\kappa, \quad \kappa = -ik. \quad (26)$$

On obtient alors les pôles cherchés comme racines de l'équation à coefficients réels suivante:

$$(-1)^l \kappa^{2l+1} + P\kappa^4 - \frac{1}{2}R\kappa^2 + a = 0. \quad (27)$$

Nous avons de plus calculé pour chacun de ces pôles son résidu dans l'amplitude [cf. éqs. (13) et (18)]:

$$(M^{sl}/P_l) = [(2l+1)k_{c.m.}^{2l}/(Z^{ls} - ik_{c.m.}^{2l+1})]. \quad (28)$$

Le résidu  $r_n$  en  $k_n$  (où  $k_n$  est solution de (25)) est donné par:

$$(1/r_n) = [(R + 4Pk_n^2)/(2l+1)k_n^{2l-1}] - i. \quad (29)$$

Il vient alors:

$$(M^{sl}/P_l) = \sum_n [r_n/(k - k_n)]. \quad (30)$$

TABLE 4  
Pôles de S

| Etat           | Re $k$ (fm <sup>-1</sup> ) | Im $k$ (fm <sup>-1</sup> ) | Re $E$ (MeV) | Im $E$ (MeV) | Re $\rho$   | Im $\rho$   | $\gamma$ (fm) | Remarques | Numé-<br>rotation |
|----------------|----------------------------|----------------------------|--------------|--------------|-------------|-------------|---------------|-----------|-------------------|
| <sup>2</sup> S |                            | 4.486 E-01                 | -6.26        |              |             | 6.914 E+00  | 1.541 E+01    | triton    | 1                 |
|                |                            | 4.498 E-01                 | -6.29        |              |             | -6.896 E+00 | 1.533 E+01    |           | 2                 |
|                | ±8.521 E-02                | -4.492 E-01                | -6.05        | ± 2.38       | ±4.616 E-02 | -8.837 E-03 | 1.028 E-01    |           | 3, 4              |
| <sup>4</sup> S | ±1.430 E+00                | -2.819 E-01                | 61.12        | ±25.08       | ±1.242 E-01 | -1.166 E-01 | 1.169 E-01    |           | 5, 6              |
|                | ±9.280 E-02                | 2.819 E-01                 | -2.20        | ± 1.63       | ±2.623 E+00 | 1.166 E-01  | 8.844 E+00    |           | 7, 8              |
|                | ±2.253 E-01                | -3.050 E-02                | 1.55         | ± 0.43       | ±1.809 E-03 | 2.324 E-02  | 1.026 E-01    |           | 9, 10             |
| <sup>2</sup> P | ±2.287 E-01                | 3.146 E-02                 | 1.60         | ± 0.45       | ±4.557 E-03 | -2.324 E-02 | 1.026 E-01    |           | 11, 12            |
|                |                            | 1.072 E-01                 | -0.36        |              |             | 3.374 E-01  | 3.147 E+00    |           | 13                |
|                |                            | 8.942 E-01                 | -24.87       |              |             | -1.707 E+00 | 1.909 E+00    |           | 14                |
| <sup>2</sup> D | ±4.880 E-02                | -1.781 E-01                | -0.91        | ± 0.54       | ±2.066 E+00 | 6.846 E-01  | 1.179 E+01    |           | 15, 16            |
|                |                            | -9.184 E-01                | -26.23       |              |             | 4.966 E+00  | 5.408 E+00    |           | 17                |
|                | ±1.468 E-01                | -1.345 E-01                | 0.11         | ± 1.23       | ±2.825 E-01 | -1.568 E-01 | 1.623 E+00    |           | 18, 19            |
| <sup>4</sup> D | ±1.267 E-01                | 1.352 E-01                 | -0.07        | ± 1.07       | ±1.198 E-01 | 1.737 E-01  | 1.139 E+00    |           | 20, 21            |
|                |                            | 2.255 E+00                 | -158.13      |              |             | 5.023 E+00  | 2.228 E+00    |           | 22                |
|                | ±3.583 E-02                | -8.288 E-02                | -0.17        | ± 0.18       | ±2.247 E-02 | 6.034 E-02  | 7.132 E-01    |           | 23, 24            |
|                | ±3.594 E-02                | 8.545 E-02                 | -0.19        | ± 0.19       | ±2.747 E-02 | -7.179 E-02 | 8.291 E-01    |           | 25, 26            |

La quantité

$$\gamma_n = |r_n/k_n|, \quad (31)$$

qui n'est autre que la valeur absolue de la contribution du pôle à l'origine dans l'amplitude (28) permet de se faire une idée de l'importance du pôle.

Les pôles obtenus ainsi que leurs résidus et leurs  $\gamma$  sont donnés dans la table 4. La fig. 7 montre la position de ces pôles à l'exception de ceux numérotés 5, 6, 14, 17 et 22 qui sont plus éloignés.

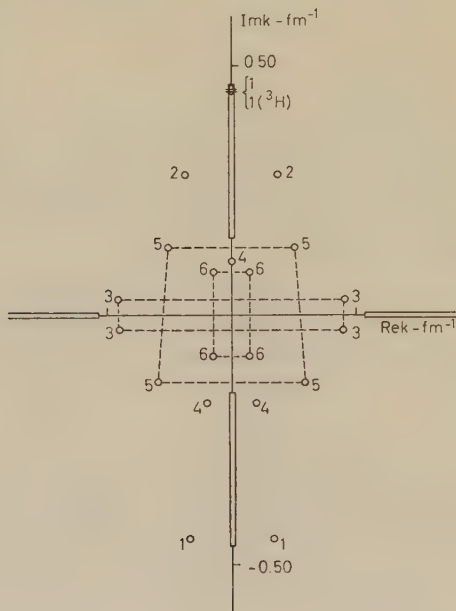


Fig. 7. Position des pôles de  $S$  dans le plan  $(k)$ . 1: état  ${}^2S$ . 2: état  ${}^4S$ . 3: états  ${}^2P$ . 4: états  ${}^4P$ . 5: états  ${}^2D$ . 6: états  ${}^4D$ .

Nous remarquons les structures trapézoïdales formées par les quartets de pôles (9–12), (18–21) et (23–26) dans les états  ${}^2P$ ,  ${}^2D$  et  ${}^4D$  respectivement, structures qui ont le mérite d'éviter des effets de résonance dans les sections efficaces. Les autres pôles de la fig. 7 se groupent au voisinage de la coupure d'échange du proton<sup>2)</sup>. Les pôles les plus éloignés du domaine d'analyse (et ceux non reportés sur la fig. 7 plus particulièrement) donnent à l'amplitude (28) une contribution essentiellement constante.

Nous n'attachons pas de signification physique aux pôles discutés précédemment étant donné le caractère polynomial de l'approximation APE. Le nombre de ces pôles est en effet dépendant de la limitation du développement des fonctions  $Z$  [cf. éq. (27)] et ils satisfont des contraintes dont certaines sont indépendantes des paramètres APE comme le montre l'application aux éq. (27) des relations connues entre les racines

d'un polynôme et ses coefficients. De plus, certains pôles sont situés dans le demi-plan (k) supérieur et hors de l'axe imaginaire, région qui n'est pas admise pour un état virtuel.

Le comportement des phases doublets et quartets en fonction de l'énergie est indiqué dans les figs. 8 et 9 qui permettent une comparaison de nos résultats avec ceux généralement admis (cf. réf. <sup>5</sup>), p. 51). Une telle comparaison montre un accord raisonnable pour ce qui est des états quartets mais fait apparaître des différences dans le cas des états doublets:

- (a) nos phases  $^2S$  sont beaucoup plus petites que celles reportées par Seagrave <sup>5</sup>),
- (b) nos phases  $^2P$  sont de signe contraire à celles couramment admises et,
- (c) nos phases  $^2D$  sont plus grandes.

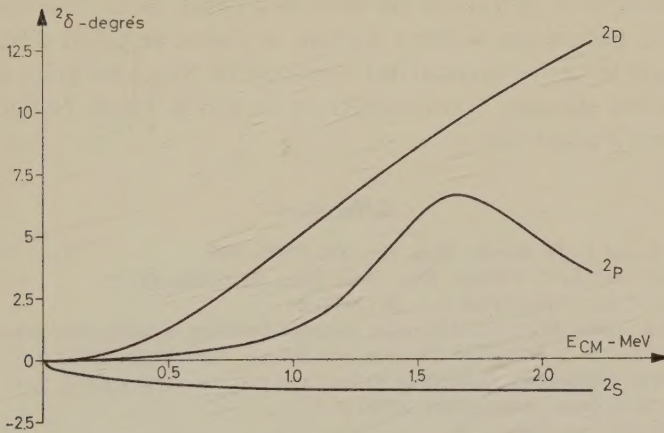


Fig. 8. Phases des états doublets.

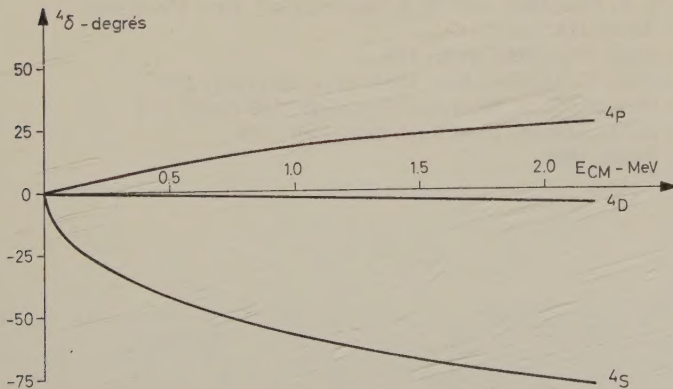


Fig. 9. Phases des états quartets.

Il se peut que les divergences relevées ci-dessus trouvent une origine commune dans la faible contribution de notre état  $^2S$  à l'interaction. Nous devons signaler dans cette

perspective que l'analyse menée par Locher<sup>10)</sup> utilise la partie réelle de l'amplitude (21) calculée à l'aide des phases standards et qu'on peut par conséquent douter du bien-fondé de l'inclusion du résidu  $\rho_t$  dans notre ensemble de mesures.

Il nous semble en conclusion qu'on ne peut pas considérer comme clos le problème de l'analyse phénoménologique des états doublets à basse énergie.

Nous remercions vivement le Professeur P. Huguenin de son aide constante tout au long de ce travail, ainsi que MM. J. Beiner et R. Kessi et tous les membres du groupe de physique théorique de l'Université de Neuchâtel. Il nous est aussi particulièrement agréable de souligner ici l'excellente collaboration que nous avons pu entretenir avec MM. S. Jaccard, J. Piffaretti et J. Weber. Notre gratitude va également à M. R. de Tourreil de la Faculté des Sciences d'Orsay. Nous remercions le Centre de calcul de la Faculté des Sciences d'Orsay, le Centre de calcul d'Ebauches SA à Granges (BE) et le Centre de calcul de l'Université de Neuchâtel grâce auxquels cette analyse a pu être exécutée. Nous remercions de plus le Fonds National Suisse du soutien accordé à ce travail.

### Références

- 1) R. A. Arndt and L. D. Roper, Phys. Rev. **C1** (1970) 903
- 2) L. M. Delves and A. C. Phillips, Rev. Mod. Phys. **41** (1969) 497
- 3) R. D. Amado, Ann. Rev. Nucl. Sci. **19** (1969) 61
- 4) R. D. Amado, 1967 Brandeis University Summer Institute in theoretical physics, vol. 2, ed. M. Chrétien and S. S. Schweber (Gordon and Breach, New York, 1970) p. 1
- 5) J. D. Seagrave, Three-body problem in nuclear and particle physics, ed. J. S. C. McKee, P. M. Rolph (North-Holland, Amsterdam, 1970) p. 41
- 6) W. Haerberli, ref. 5) p. 188
- 7) J. S. C. McKee, Polarization phenomena in nuclear reactions, ed. H. H. Barschall and W. Haerberli (Univ. of Wisconsin Press, Madison, 1971) p. 73
- 8) W. Bartolini, R. E. Donaldson and D. J. Groves, Phys. Rev. **174** (1968) 313
- 9) W. Gissler, Z. Krist. **118** (1963) 149
- 10) M. P. Locher, Nucl. Phys. **B23** (1970) 116
- 11) A. M. Lane and R. G. Thomas, Rev. Mod. Phys. **30** (1958) 257
- 12) W. T. H. van Oers and J. D. Seagrave, Phys. Lett. **24B** (1967) 562
- 13) A. C. Phillips and G. Barton, Phys. Lett. **28B** (1969) 378
- 14) J. Beiner, non publié, 1969



La Faculté des Sciences de l' Université de Neuchâtel, sur le rapport de Messieurs les professeurs P. HUGUENIN, J. P. AMIET et J. WEBER autorise l' impression de la présente thèse sans exprimer d'opinion sur les propositions qui y sont contenues.

Neuchâtel, le 30 mai 1972

Le doyen:

Prof. A. JACOT-GUILLARMOD